

IOANA MONALISA MANEA

**Culegere de probleme
de matematică
pentru clasa a 7-a**

EDITURA PUIȘOR
București

2024

1. Recapitulare. Teste de evaluare inițială	6
1.1. Recapitulare algebră: mulțimea \mathbb{Z}	6
1.2. Recapitulare algebră: mulțimea \mathbb{Q}	8
1.3. Recapitulare geometrie	10
1.4. Teste de evaluare inițială	11
2. Mulțimea numerelor reale	14
2.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect	14
2.2. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional	15
2.3. Numere iraționale; mulțimea numerelor reale; $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$; reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări	17
2.4. Modulul, compararea și ordonarea numerelor reale	19
Teste de evaluare	22
2.5. Scoaterea factorilor de sub radical și introducerea factorilor sub radical	23
2.6. Adunarea și scăderea numerelor reale	24
2.7. Înmulțirea și împărțirea numerelor reale; puteri cu exponent număr întreg	26
2.8. Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$	29
2.9. Media aritmetică ponderată a n numere reale, $n \geq 2$	32
2.10. Media geometrică a două numere reale pozitive	33
Teste de evaluare	35
2.11. Ecuația de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$	36
Teste de evaluare	37
3. Ecuații și sisteme de ecuații liniare	39
3.1. Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă; identități	39
3.2. Ecuații de forma $ax + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$; mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente	40
3.3. Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute; rezolvarea prin metoda substituției și/sau metoda reducerii	42
3.4. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare	44
Teste de evaluare	47
4. Elemente de organizare a datelor	49
4.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide; sistem de axe ortogonale în plan; reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor perechi de numere reale; reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale; distanța dintre două puncte din plan	49
4.2. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice; poligonul frecvențelor	51

5. Patrulaterul	53
5.1. Patrulaterul convex; suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex	53
5.2. Paralelogramul; proprietăți	54
5.3. Linia mijlocie în triunghi; centrul de greutate al unui triunghi	56
Teste de evaluare	57
5.4. Dreptunghiul; proprietăți	58
5.5. Rombul; proprietăți	59
5.6. Pătratul; proprietăți	61
Teste de evaluare	62
5.7. Trapezul, clasificare, proprietăți; trapezul isoscel, proprietăți	64
5.8. Linia mijlocie în trapez	65
5.9. Perimetre și arii: triunghi, paralelogram, dreptunghi, romb, pătrat, trapez	66
Teste de evaluare	70
6. Cercul	72
6.1. Unghi înscris în cerc; coarde și arce în cerc, proprietăți	72
6.2. Tangente dintr-un punct exterior la un cerc	74
6.3. Poligoane regulate înscrise într-un cerc; construcție; măsuri de unghiuri	75
6.4. Lungimea cercului și aria discului	76
Teste de evaluare	78
7. Asemănarea triunghiurilor	79
7.1. Segmente proporționale; teorema paralelelor echidistante; împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere (segmente) date	79
7.2. Teorema lui Thales; reciproca teoremei lui Thales	79
7.3. Triunghiuri asemenea; teorema fundamentală a asemănării, raportul ariilor a două triunghiuri asemenea; aplicații practice	81
7.4. Criterii de asemănare a triunghiurilor; aproximarea în situații practice a distanțelor folosind asemănarea	85
Teste de evaluare	88
8. Relații metrice în triunghiul dreptunghic	90
8.1. Proiecții ortogonale pe o dreaptă; teorema înălțimii	90
8.2. Teorema catetei	91
8.3. Teorema lui Pitagora; reciproca teoremei lui Pitagora	92
8.4. Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit	95
Teste de evaluare	98
8.5. Rezolvarea triunghiului dreptunghic; aproximarea în situații practice a distanțelor folosind relații metrice	99
Teste de evaluare	101
8.6. Calculul elementelor în poligoane regulate	102
Teste de evaluare	104
9. Teste de recapitulare tip Evaluare Națională	105
10. Fișe pentru portofoliu	111
11. Soluții	119

1. Recapitulare. Teste de evaluare inițială

1.1. Recapitulare algebră: mulțimea \mathbb{Z}

*

1. Să se ordoneze crescător numerele:

a) $-4; |-2|; 1; |-5|; 0,3; -6; -|-7|$ b) $-3+5; |-4-1|; -10+7; |0|; -2^2$

2. Să se calculeze:

a) $-4+5-2=$

b) $(-8)+(+6)-(-3)=$

c) $12-8-7-(-3)=$

d) $-5-(-4)+3-10=$

e) $3+(-8)-6-(-7)=$

f) $6-|2-4|-|5+(-3)|=$

g) $||-2|-6|-|-4|+5|-(-2)=$

h) $|5-|-3|^0|; |-2|^2-7^0=$

3. Să se rezolve în \mathbb{Z} :

a) $x-14=-30$

b) $x+15=-6$

c) $4-x=8$

d) $5-x=-20$

e) $10+x=-21$

f) $-15-x=2$

g) $4x=-16$

h) $-2x=30$

i) $-5x=-25$

j) $x:2=-8$

k) $x:(-3)=-4$

l) $x:(-8)=4$

m) $12:x=-3$

n) $-36:x=2$

o) $-39:x=-3$

p) $3x+5=-16$

q) $4-5x=-11$

r) $8x-3=-19$

4. Să se precizeze care din următoarele numere sunt din \mathbb{Z} , care din \mathbb{N} și care din $\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}$:

$-9; 0; |-3|; |4|; -|2|; -|-7|; 3-8; (-2)^1; (-2)^2; (-2)^3; -(-6); -(+6); \frac{8}{4}; \frac{-30}{6}; \frac{-42}{-6}; \frac{4-12}{-4}; \frac{9-3}{6}; \frac{1}{2}; \frac{14}{2}; 1,5 \cdot 2; (-3) \cdot (-4).$

**

5. Să se calculeze:

a) $-5-[3-8-(4-5)]=$

b) $3-(8-9)+(16-21)=$

c) $-5-(-31+16)-(7-9)=$

d) $4+(38-40)-(8-4)=$

e) $-3-[-4+(5-13)]=$

f) $[(-2) \cdot 7 + 5 \cdot (-5)] : (-13) =$

g) $-5 \cdot (7-8) + 3 \cdot (5 \cdot 8 - 7^2) =$

h) $(3-12) : (-3) + (5-15) : 5 =$

i) $8 \cdot (-3) : (-2) + 5 \cdot (-2) =$

6. Calculați:

a) $(-2) \cdot 3 + 4 \cdot (-1) - (-8) =$

b) $(-6) : (-2) - 7 =$

c) $4 - (-8) : 2 =$

d) $[2 - (-6)] : (-2) =$

e) $[(-10) : 5 - 3 \cdot (-1)] \cdot (-6) =$

f) $-4 \cdot (-3) : (-6) \cdot 2^3 : (-2)^2 =$

g) $[2^3 \cdot (4-5) + |-3^2+5|] : [7 - (-3)^2] =$

h) $[8 : (-4) + |-16+2|] : (-2)^2 + (-5)^0 =$

i) $[(4-6)^3 + (-2) \cdot (-5)] \cdot |-2^2+3| =$

j) $[(25-5) : (-2)^2 - 14 : (-2)] \cdot 2^2 \cdot (-5) =$

7. Să se compare numerele:

a) -3 cu -5

b) 2 cu -8

c) $(-3)^2$ cu -2

d) $(-2)^3 \cdot 4$ cu $(-3)^{10} \cdot 9^8 : (-27)^7$

e) $|-6 : (-2)|^5 \cdot 81^4$ cu $[(+2)^5 \cdot (-2)^{16} : (2^7)^2]^4$

f) $-18^{15} : (-36)^7 : |4-10|$ cu $27^2 \cdot (-3)^9$

8. Să se scrie numerele de mai jos ca puteri cu bazele sau exponenții indicați:

a) 8 cu baza 2

b) 16 cu baza (-2)

c) 81 cu exponentul 4

d) 10000 cu exponentul 2

e) -125 cu baza (-5)

9. Să se precizeze care din următoarele numere este din mulțimea $\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}$ și care din \mathbb{N} :

$a = [42 : (-6) + 4 \cdot (-5)] : (-3)$ $b = (-4)^3 : 8 + (-3)^2$

$c = [(-5)^2 + 2 - (-2)^5] : (-1)^3$ $d = [(-2)^6 : (-2)^3 - (-3)^0] : 3$

10. Să se compare: a) $a = -3 \cdot (-8) - (-5)^2$ cu $b = -|7-8|$;
 b) $a = (-6)^3 : (-2) : 9 - (-3)^2$ cu $b = (-4)^2 \cdot (-1) - 5 \cdot (-3)$;
 c) $a = [7 \cdot (-8) - 9 \cdot (-6)]^3$ cu $b = [(-12)^2 : 4 : (-9) + 1]^2$.

11. Să se calculeze media aritmetică pentru numerele:

- a) $a = -3 \cdot (-6) - (-4)^2 - 5$ și $b = (-3)^2 - (-4)^2$
 b) $a = 2 - (-4+8)$, $b = -5 - (3-5)$ și $c = (-2)^3 - (4-7)$
 c) $a = 8^2 - (-7)^2$, $b = (-6)^2 - 7^2$ și $c = (-4)^2 - (-2)^2$

12. Calculați (discuție după $n \in \mathbb{N}$):
 a) $(-1)^{327} + (-1)^{504} - (-1)^{1003} =$
 b) $(-1)^n + 3(-1)^{n+1} - 4 \cdot (-1)^{n+2} =$ c) $5(-1)^n + 4 \cdot (-1)^{2n+1} - (-1)^{2n} =$

13. Să se rezolve în \mathbb{Z} : a) $x+18=0$ b) $x-31=-29$ c) $2x+3=3x$
 d) $4(x+1) - 3(x+2) = -20$ e) $5 - 2 \cdot [3 - 2 \cdot (x+3)] = 3$
 f) $3x - 2 \cdot [2x + 4 \cdot (4+5x)] = 9$ g) $3 \cdot [5 \cdot (x+3) - 2 \cdot (4-x)] + 1 = 22$

14. Să se scrie elementele mulțimilor: $A = \{x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 2\}$, $B = \{y \mid y \in \mathbb{N}^*, y = 2+x, x \in A\}$.
 Să se stabilească valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) „ $B \subset A$ ” b) „ $1 \in (A \cap B)$ ” c) „ $-1 \in (B \setminus A)$ ”; d) „ $(A \setminus B) = \{a \in \mathbb{Z} \mid |a| \leq 3, a \leq 0\}$ ”

15. Rezolvați în \mathbb{Z} :

- a) $|x+13|=20$ b) $3-|x|=18$ c) $4 \cdot |x|-2=10$ d) $|x+3|+5=0$
 e) $3 \cdot (|x|-3)+1=0$ f) $3(|2x+1|-3)-2=4$ g) $7 \cdot |x|+3=|x|+9$ h) $||3x+1|-4|=0$
 i) $|2 \cdot |x|-7|=19$ j) $||x|-10|=7$

16. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 4\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1|=2\}$. Să se calculeze: a) $A \cup B$;
 b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$; e) $A \cap D_6$; f) $D_2 \setminus A$; g) $(A \setminus \mathbb{N}) \cup B$; h) $(B \cap \mathbb{N}) \cup (A \cap \mathbb{N})$.

17. Să se afle x și y din: a) $4 \cdot |x+1| + |3y-6|=0$ b) $|3^x-9| + |4^y-8^2|=0$

18. Să se rezolve în \mathbb{N} :

- a) $x+3 \leq 5$ b) $4+x < 9$ c) $3x < 18$ d) $4x < 21$ e) $14-x < 7$ f) $4-x < 6$
 g) $x-8 \leq 2$ h) $x+3 \leq 0$ i) $x-7 \leq 0$ j) $5x \geq 0$ k) $|x| < 8$ l) $|x| \leq 0$

19. Să se rezolve în \mathbb{Z} :

- a) $x+15 < 0$ b) $x-16 < -3$ c) $8x < 0$ d) $3x < -6$ e) $x+20 \leq -4$
 f) $2x+5 < -7$ g) $2x-1 \leq x+7$ h) $2(x+3)+4 \leq x$ i) $|x| \leq 3$ j) $4-x \geq 8$
 k) $5-2x \leq 7$ l) $3-|x| \leq 0$ m) $4+|x| \leq 0$ n) $4-|x| \geq 0$

20. Să se rezolve inecuațiile pe mulțimile lor de definiție:

- a) $3+4x \leq 31, x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ b) $5x-3 \leq 7, x \in \mathbb{N}$ c) $4(x+1) - 3 \leq -15, x \in \{-8; -6; -4; -2\}$

21. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 15\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 18 \leq x\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N} \mid |x| \leq 30\}$.

Calculați: a) $A \setminus B$ b) $A \cup C$ c) $C \setminus B$ d) $(A \cap B) \setminus C$

22. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| > 2\}$. Să se calculeze:

- a) $A \cap B$; b) $A \cap \mathbb{N}$; c) $B \cap \mathbb{N}$; d) $A \cap (\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N})$; e) $B \setminus \mathbb{N}$; f) $A \cup B$; g) $A \setminus B$; h) $(B \setminus A) \cap \mathbb{N}$.

23. Să se determine elementele mulțimilor $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x < 16\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |4-x| \leq 2\}$.

Calculați: a) $A \cap B$; b) $A \cup B$; c) $B \setminus A$; d) $A \setminus B$; e) $B \cap (\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N})$.

24. Determinați elementele mulțimilor: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid -8 < x < 5\}$;

$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq |x| \leq 1\}$; $C = \{x \in \mathbb{N} \mid -4 \leq x \leq 0\}$; $D = \{x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N} \mid |x+1| \leq 4\}$.

2. Mulțimea numerelor reale

2.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect

*

1. Să se calculeze: a) $\sqrt{16} + \sqrt{25} =$

b) $\sqrt{9} - \sqrt{4} - \sqrt{0} =$ c) $\sqrt{81} - \sqrt{100} + 2 \cdot \sqrt{4} =$ d) $-(\sqrt{25} + \sqrt{16}) + 2 \cdot \sqrt{36} =$

e) $\sqrt{49} - \sqrt{64} + 2 \cdot (\sqrt{1} - \sqrt{9}) =$ f) $2 \cdot \sqrt{100} : \sqrt{16} + \sqrt{4} =$ g) $\sqrt{64} : (\sqrt{16} - \sqrt{36}) =$

2. Calculați: a) $\sqrt{361}$; b) $\sqrt{529}$; c) $\sqrt{729}$; d) $\sqrt{196}$; e) $\sqrt{625}$; f) $\sqrt{484}$; g) $\sqrt{841}$; h) $\sqrt{784}$;

i) $\sqrt{324}$; j) $\sqrt{169}$; k) $\sqrt{961}$; l) $\sqrt{1089}$; m) $\sqrt{1369}$; n) $\sqrt{2304}$; o) $\sqrt{1681}$; p) $\sqrt{11449}$; q) $\sqrt{3969}$;

r) $\sqrt{20736}$; s) $\sqrt{82944}$; t) $\sqrt{186624}$; u) $\sqrt{1016064}$.

**

3. Să se calculeze:

a) $(-3 \cdot \sqrt{100} + 2 \cdot \sqrt{144} : \sqrt{36}) : \sqrt{169} =$

b) $\frac{\sqrt{1444}}{\sqrt{361}} + \frac{15}{\sqrt{16}} =$

c) $(\sqrt{225} + \sqrt{169}) : (-\sqrt{16}) =$

d) $\sqrt{(-5)^4 - \sqrt{10^2} + \sqrt{121}} =$

e) $\sqrt{2^4 \cdot 3^2} - \sqrt{5^2 \cdot 2^6} + \sqrt{4^4 \cdot 1^5} =$

f) $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{64}} + \frac{\sqrt{529}}{2} =$

4. Calculați:

a) $(\sqrt{16} - \sqrt{256}) : (+\sqrt{9}) =$

b) $(3\sqrt{81} - \sqrt{25}) : (-11) =$

c) $\sqrt{\sqrt{144} : (-\sqrt{9}) + 20} =$

d) $\sqrt{(\sqrt{100} + \sqrt{64})} : 2 =$

e) $(\sqrt{(-2)^4} - \sqrt{324}) : (-7) + 2 =$

f) $\sqrt{\sqrt{81} - (\sqrt{169} - \sqrt{25})} =$

5. Să se rezolve în \mathbb{Z} :

a) $2x + \sqrt{25} = \sqrt{49}$

b) $\sqrt{100} - 3x = \sqrt{16} - 6$

c) $4(x + \sqrt{4}) = -\sqrt{4}$

d) $\sqrt{64} - 2x = -\sqrt{4}$

e) $5 \cdot (x + 2) - \sqrt{81} = \sqrt{36}$

f) $\sqrt{121} - x = \sqrt{144}$

6. Rezolvați în \mathbb{Z} :

a) $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{16}} = \frac{2+x}{\sqrt{9}}$

b) $\frac{\sqrt{100}}{x+1} = \frac{13}{\sqrt{4}}$

c) $\frac{x\sqrt{36}}{\sqrt{9}} = \frac{-16}{\sqrt{4}}$

d) $\frac{2\sqrt{16}}{x\sqrt{9}+1} = \frac{1}{2}$

e) $\frac{\sqrt{324}}{28:\sqrt{49}} = \frac{x}{\sqrt{100}:5}$

f) $\frac{2x}{\sqrt{144}-\sqrt{4}} = \frac{1}{-\sqrt{25}}$

g) $\frac{\sqrt{196}-\sqrt{64}:2}{3x+2} = 18 : \sqrt{9}$

h) $\frac{(\sqrt{25}+\sqrt{9}) \cdot \sqrt{4}}{-2+\sqrt{49}-\sqrt{1}} = \frac{\sqrt{16}-\sqrt{256}}{1+2x}$

7. Să se calculeze:

a) $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{9}}{4}\right) \cdot (-\sqrt{64}) : \frac{\sqrt{25}}{3} =$ b) $-3(-\sqrt{25} - \sqrt{49}) + \sqrt{0} - \sqrt{9} : \sqrt{1} =$

c) $\sqrt{100} - 2\sqrt{81} + \sqrt{4} : (-2) =$ d) $|\sqrt{36} - 2\sqrt{64}| : \sqrt{4} + 5\sqrt{9} =$ e) $\sqrt{2^2 + 3 \cdot 2^2} - \sqrt{36 : (-2)^2} =$

8. Să se calculeze:

a) $\left(\sqrt{9 - \frac{\sqrt{(-2)^4}}{3}} \cdot \frac{6}{\sqrt{25}}\right) : \frac{14}{\sqrt{(-5)^2}} : \left(\frac{-10}{2}\right)^3 =$ b) $\left(\frac{\sqrt{25}}{3} - \sqrt{1}\right) \cdot \frac{(-3)}{\sqrt{16}} - (-2) \cdot \frac{3}{\sqrt{64}} =$

c) $\left[\frac{1}{3} - \sqrt{4} \cdot \left(1 - 1\frac{1}{2}\right)\right] : \left(-\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{81}}\right) =$ d) $\left(1\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}\right)^2 : \frac{1}{\sqrt{|-16|}} =$ e) $\frac{\sqrt{4-2\sqrt{9}}}{2\sqrt{36}} =$

9. Să se calculeze:

a) $\frac{\sqrt{484}}{\sqrt{1089}} \cdot (-3)^2 + 1 =$ b) $\frac{\sqrt{2601}}{34} \cdot \frac{1}{\sqrt{16}} =$ c) $\frac{\sqrt{2116}}{23} \cdot \left(\frac{1}{-2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 =$

d) $\sqrt{3^2 + (-4)^2 + (-3)^2 \cdot (-4)^2} =$ e) $\sqrt{(-25) \cdot (-7) - 150 : (-5)^2} =$

f) $\frac{\sqrt{3136}}{\sqrt{49}} : (-2)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 =$ g) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{64}} + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$

10. Să se afle x din proporțiile: a) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{x+3}{\sqrt{144}}$

b) $\sqrt{\left(0,25 + 2\frac{1}{8}\right) \cdot \frac{32}{19}} = \frac{9}{2(x+2)}$

11. Să se calculeze:

a) $\sqrt{\sqrt{7569} : 3 - (-5)^2} =$ b) $\frac{\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{25}} + \sqrt{15625}}}}{13} - \sqrt{100} =$ c) $\frac{\sqrt{|-5|^4 - (-3)^3}}{26} - |-2| =$

12. Să se arate că următoarele numere sunt pătrate perfecte:

a) 4^{2015}

b) $1+3+5+\dots+37$

c) $17^4 \cdot (15^2 + 8^2)$

2.2. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional

*

1. Calculați:

a) $\sqrt{2,89}$ b) $\sqrt{24,01}$ c) $\sqrt{1,3924}$ d) $\sqrt{19,36}$ e) $\sqrt{16,81}$
 f) $\sqrt{0,1156}$ g) $\sqrt{1,2544}$ h) $\sqrt{0,046656}$ i) $\sqrt{0,9216}$ j) $\sqrt{56,25}$
 k) $\sqrt{1,5625}$ l) $\sqrt{0,038416}$ m) $\sqrt{18,49}$ n) $\sqrt{0,0441}$ o) $\sqrt{0,331776}$

2. Calculați:

a) $\sqrt{3\frac{6}{25}}$ b) $\sqrt{2\frac{4}{16}}$ c) $\sqrt{4\frac{29}{49}}$ d) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ e) $\sqrt{0,(4)}$
 f) $\sqrt{2\frac{14}{25}}$ g) $\sqrt{4 + \frac{25}{36}}$ h) $\sqrt{1+0,(7)}$ i) $\sqrt{\frac{1}{5}} : 0,2$ j) $\sqrt{0,(3)} : 3$

**

3. Să se calculeze:

a) $\left[\left(\sqrt{\frac{64}{25}} - 2\right) \cdot 1\frac{7}{8} + \left(-\frac{5}{6}\right)\right] : \left(-\frac{1}{2}\right)^2 =$

b) $\frac{-\sqrt{30\frac{1}{4}} + 4\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{13}}{(-3)^2} + [-0,25 + 0,(3)] \cdot (-1,2) =$ c) $\frac{-\frac{5}{6} : [3,5 - 4,(3)]}{\sqrt{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} : 5\right) \cdot \frac{2}{5}}} =$

4. Să se rezolve în \mathbb{Q} :

$$a) x\sqrt{\frac{16}{25}} - x\sqrt{\frac{1}{(-5)^2 \cdot 4}} = 14$$

$$c) \frac{x+1}{4x+7} = \sqrt{0,04}, x \neq -\frac{7}{4}$$

$$b) \sqrt{4} \cdot \left(x + \frac{5}{6}\right) - 4(x-1) = \sqrt{\frac{1}{9}}$$

$$d) \frac{1+2x}{3x+2} = \sqrt{1-\frac{5}{9}}, x \neq -\frac{2}{3}$$

5. Calculați:

$$a) \sqrt{1} - \sqrt{4} - \frac{1}{\sqrt{0,64}} =$$

$$b) [\sqrt{1,21} - 1, (3)] : 0,4(6) =$$

$$c) \sqrt{146,41} : 1\frac{5}{6} =$$

$$d) \frac{\sqrt{3,24} - 2}{\sqrt{25}} : \frac{1}{\sqrt{(-10)^2}} =$$

$$e) \frac{-8 : 2^2 + 3,002}{-\sqrt{4,016016}} =$$

$$f) \frac{(-2)^3 \cdot \sqrt{1194,3936}}{9 \cdot 10^4 \cdot (0,04)^2} =$$

6. Să se rezolve în \mathbb{Q} :

$$a) \frac{x}{\sqrt{36}} = \sqrt{9}$$

$$b) \frac{2,5}{3\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{2,25}}{x}$$

$$c) \frac{1}{\sqrt{1,44}} = \frac{\sqrt{0,36}}{x}$$

$$d) \frac{3,4}{\sqrt{2,89}} = \frac{x}{\sqrt{1 + \frac{43}{441}}}$$

$$e) \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{0,36}}{x}$$

$$f) \frac{x}{\sqrt{0,25}} = \frac{\sqrt{64} : \sqrt{4}}{-2}$$

$$g) \frac{3x+2}{\sqrt{0,(1)}} = \frac{\sqrt{16}}{\frac{1}{5} - 1\frac{1}{5}}$$

$$h) \frac{2x+3}{-2\frac{1}{2}} = \frac{9}{\sqrt{56,25}}$$

7. Rezolvați în \mathbb{Q} :

$$a) \frac{2x+3}{\sqrt{12,25} + \frac{1}{2}} = \frac{x}{\sqrt{9}}$$

$$b) 3x : \sqrt{\frac{9}{225}} = \frac{(-2)^2 - 5^0}{\sqrt{81}}$$

$$c) 0,2 : \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{6\frac{4}{16}}}$$

$$d) \frac{\sqrt{3^2 + (-2)^4 + 3 \cdot (-5)^2}}{x \cdot \sqrt{16}} = 2\frac{1}{2}$$

$$e) \frac{\sqrt{\left(\frac{2}{8} + 0,25 - \frac{5}{6}\right) : \left(-1\frac{1}{3}\right)}}{x} = \sqrt{256} : \sqrt{144}$$

8. Să se calculeze:

$$a) \left(\sqrt{|3^2 - 5^2|} + \sqrt{25}\right) : \sqrt{9} =$$

$$b) \sqrt{2^2} - \sqrt{3^4} + \sqrt{(-5)^2} =$$

$$c) \sqrt{6^2} + \sqrt{(-3)^4} - \sqrt{13^2} =$$

$$d) \left(\frac{\sqrt{4}}{3} - \frac{\sqrt{9}}{2}\right) \cdot (-2)^3 : \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{(-3)^2}} =$$

$$9. \text{ Calculați: } a) \sqrt{5184} =$$

$$b) \sqrt{84,64} =$$

$$c) \sqrt{36,3609} =$$

$$d) \sqrt{\frac{1296}{1764}} \cdot \sqrt{50 + 60\frac{1}{4}} =$$

10. Să se calculeze:

$$a) \left(\frac{3,15}{\sqrt{12,25}} - \sqrt{12,96}\right) : (0,3)^2 - \frac{1}{\sqrt{0,24}} =$$

$$b) \frac{\sqrt{11,56}}{\sqrt{2,89}} - \frac{3,12}{\sqrt{0,0169}} : \frac{1}{(-0,5)^2} =$$

$$c) \left(\frac{\sqrt{8,2944}}{2} - 1,1^2\right) : \sqrt{0,9216} =$$

$$d) \frac{\left[\frac{4,32}{6\sqrt{0,6561}} + \frac{1,(7)}{(-1)^3}\right] : [-0,(4)]}{\sqrt{\frac{6,76}{0,4} : 0,1 - \frac{-1}{[-0,(3)]^2}}} =$$

$$e) \frac{[(-4,8) : (-5) : (-2)^4 - \sqrt{0,0256}] : \left(\frac{1}{5}\right)^2 \sqrt{\frac{42,25}{4}}}{\sqrt{5,0625}} =$$

$$f) \frac{\left(\sqrt{17,4724} : \frac{1,1}{0,1} - 0,116 : \sqrt{0,0841}\right)^2 : \left(-\frac{1}{10}\right)^3}{\sqrt{0,0064}} =$$

$$g) \frac{7^0 + \left(\sqrt{26,01} : \sqrt{0,0289} - \sqrt{1324,96} : \sqrt{1,96}\right) : (-1,5)^2}{2, (8) : \sqrt{1,69}} =$$

$$h) \frac{\frac{\sqrt{4 \cdot \sqrt{33,1776}}}{(-0,2)^3} + \left(\frac{1}{0,04}\right)^2}{(-5)^2} =$$

$$i) \frac{\frac{\sqrt{26,3169}}{0,0361} - \frac{1}{(-0,2)^2}}{\frac{1,96}{\sqrt{0,49}} + \frac{(-2)^5 \cdot (-4)^2}{(-0,6)^2} : [0, (4) \cdot (-10)^3]} =$$

11. Să se calculeze:

$$a) \sqrt{\left[\sqrt{3,24} : 3 - 0, (3)\right] \cdot \frac{15}{16}} =$$

$$b) \sqrt{\sqrt{7056} : \sqrt{4\sqrt{4\sqrt{16}} - (-15) \cdot (-2)^2} =$$

$$c) \sqrt{\frac{\sqrt{52,2729} - \sqrt{9,7344}}{3} - |-0,56|} =$$

$$d) \frac{\sqrt{4,3681} + \sqrt{15,2881} - \sqrt{26,2144}}{11\sqrt{0,16}} =$$

$$e) \sqrt{\frac{\sqrt{0,056644} + \sqrt{0,169744}}{1,3} : 200} =$$

$$f) \sqrt{\sqrt{\frac{(\sqrt{10,1124} + \sqrt{81,3604}) \cdot 10 + 11^2}{3}} =$$

2.3. Numere iraționale; mulțimea numerelor reale; $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$; reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări

Notiuni de bază

- Se numesc numere iraționale acele numere care, scrise zecimal, au o infinitate de cifre în dreapta virgulei care nu se repetă periodic.
- Definim mulțimea numerelor reale \mathbb{R} ca fiind reuniunea dintre mulțimea \mathbb{Q} a numerelor raționale și mulțimea numerelor iraționale.

*

1. Scrieți opusul și inversul fiecărui număr: a) -5 ; b) $\frac{2}{3}$; c) $\sqrt{2}$; d) $-5, (3)$; e) $-3,4$.

2. Fie $A = \left\{ 3,4; \frac{15}{3}; \sqrt{16}; \frac{-21}{7}; \sqrt{1\frac{9}{16}} \right\}$. Calculați $A \cap \mathbb{N}$; $A \cap \mathbb{Z}$; $A \cap \mathbb{Q}$.

3. Fie mulțimea $M = \left\{ \pi; 0; -\frac{7}{3}; \frac{5}{2}; 2; -\sqrt{25}; +\frac{8}{2}; 4\frac{3}{5}; \sqrt{10} \right\}$.

- Reprezentați pe axa numerelor numerele întregi din M .
- Să se afle suma numerelor naturale din M .
- Să se scrie opusele numerelor raționale din M .
- Să se scrie inversele numerelor iraționale din M .

4. Transformați în fracții zecimale sau periodice:

a) $\frac{7}{3}$ b) $\frac{13}{5}$ c) $\frac{11}{6}$ d) $\frac{18}{11}$ e) $\frac{17}{18}$ f) $\frac{20}{13}$ g) $\frac{9}{8}$ h) $\frac{9}{7}$ i) $\frac{3}{22}$ j) $\frac{3}{20}$

5. Transformați în fracții ordinare ireductibile:

a) 4,2 b) 3,5 c) 1,25 d) 4,16 e) 0,108 f) 0,(4) g) 1,(3)
h) 0,0(15) i) 1,2(3) j) 0,42(6) k) 0,(45) l) 0,6(27) m) 1,5(36) n) 2,31(45)

6. Extrageți rădăcina pătrată și aproximați prin lipsă la zecime numerele:

$\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{6}$; $\sqrt{7}$; $\sqrt{8}$; $\sqrt{12}$; $\sqrt{15}$; $\sqrt{18}$; $\sqrt{20}$; $\sqrt{26}$; $\sqrt{30}$.

7. Calculați cu două zecimale exacte:

$-\sqrt{3}$; $-2\sqrt{2}$; $-\frac{\sqrt{6}}{2}$; $\frac{-\sqrt{7}}{3}$; $-2\sqrt{5}$; $3-\sqrt{8}$; $\sqrt{10}-2$.

8. Dați câte 3 exemple de numere din: a) \mathbb{N} ; b) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$; c) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$; d) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

9. Reprezentați pe axa numerelor: $\sqrt{2}$; $\frac{-\sqrt{3}}{2}$; $\sqrt{3}$; $-\sqrt{5}$; $2\sqrt{6}$; $\sqrt{7}+1$

10. Determinați valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ b) $\sqrt{4} \in \mathbb{Q}$ c) $-2\sqrt{3} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ d) $\sqrt{9} \in \mathbb{N}$
e) $\sqrt{0,(1)} \in \mathbb{Q}$ f) $\sqrt{\frac{2}{9}} \in \mathbb{Q}$ g) $\sqrt{24} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ h) $\sqrt{1\frac{9}{16}} \in \mathbb{Q}$
i) $\sqrt{3\frac{1}{16}} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ j) $\sqrt{12,25} \in \mathbb{Q}$ k) $\sqrt{0,4} \in \mathbb{Q}$ l) $\sqrt{0,25} \in \mathbb{Q}$

**

11. $53^2 - 6^2$ este număr prim sau compus?

12. Fie mulțimea $A = \left\{ -3; 2\frac{1}{3}; -0,1(4); \sqrt{0,(1)}; -\frac{87}{3}; \sqrt{289}; \sqrt{48} \right\}$. Calculați:

a) $A \cap \mathbb{N}$ b) $A \cap \mathbb{Z}$ c) $A \cap (\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N})$ d) $A \cap \mathbb{Q}$ e) $A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z})$

13. Fie mulțimea $B = \left\{ 4; 2,3; \frac{0}{7}; (0,1)^{-2}; \sqrt{1\frac{9}{16}}; (-3)^3; \sqrt{50} \right\}$. Calculați:

a) $B \cap \mathbb{N}$ b) $B \cap \mathbb{Z}$ c) $B \cap (\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N})$ d) $B \cap \mathbb{Q}$ e) $B \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z})$ f) $B \cap \mathbb{R}$ g) $B \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$

14. Fie $A = \left\{ -\pi; \frac{0}{4}; \frac{2,5}{3}; -\sqrt{529}; \sqrt{0,(4)}; \sqrt{1440} \right\}$.

Să se afle: a) $A \cap \mathbb{N}$; b) $A \cap \mathbb{Z}$; c) $A \cap \mathbb{Q}$; d) $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$; e) $A \cap \mathbb{R}$.

15. Fie $A = \left\{ (-2)^2; (-3)^{-2}; (-1)^3; \frac{91}{-7}; \sqrt{0,(1)}; \sqrt{6\frac{1}{4}}; 0,2^{-1}; \sqrt{484}; \sqrt{180} \right\}$.

Calculați: a) $A \cap \mathbb{N}$; b) $A \cap \mathbb{Z}$; c) $A \cap \mathbb{Q}$; d) $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$; e) $A \setminus \mathbb{R}$; f) $A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z})$.

16. Aflați $a \in \mathbb{Q}$ dacă $(a+1)\sqrt{3} - 2 \in \mathbb{Q}$.

17. Fie numărul $x = \sqrt{4k+1}$, $k \in \mathbb{N}$.

a) Dați 3 exemple de $k \in \mathbb{N}$ astfel încât $x \in \mathbb{N}$. b) Dați 3 exemple de $k \in \mathbb{N}$ astfel încât $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

18. Să se afle $x \in \mathbb{Z}$:

a) $\sqrt{\frac{9}{x}} \in \mathbb{N}, x \neq 0$ b) $\sqrt{\frac{-12}{x}} \in \mathbb{N}, x \neq 0$ c) $\sqrt{\frac{72}{x}} \in \mathbb{N}, x \neq 0$ d) $\sqrt{\frac{-96}{x}} \in \mathbb{N}, x \neq 0$
 e) $\sqrt{\frac{45}{|x|}} \in \mathbb{N}, x \neq 0$ f) $\sqrt{\frac{50}{|x+1|}} \in \mathbb{N}, x \neq -1$ g) $\sqrt{\frac{-108}{3x+3}} \in \mathbb{N}, x \neq -1$ h) $\sqrt{\frac{34}{|3x+1|}} \in \mathbb{N}, x \neq -\frac{1}{3}$

19. Aflați $k \in \mathbb{N}$ dacă $\sqrt{\frac{72}{k}} \in \mathbb{N}$.

20. Aflați cele mai mici trei valori ale lui $k \in \mathbb{N}$ astfel încât $\sqrt{\frac{72}{k}} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{N}$.

21. Să se arate ca următoarele numere nu sunt pătrate perfecte pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$:

a) $1^{2015} + 5^{2016} + 6^{2017}$ b) $5^n + 3$ c) $10n + 7$ d) $n(n+1)$
 e) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 20$ f) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 20 + 7$ g) $6^n + 1$

22. Stabiliți valoarea de adevăr:

a) $\sqrt{0, (1)} \in \mathbb{Q}$ b) $\sqrt{2^{80} + 2^{41} + 1} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ c) $\sqrt{2^{40} + 2^{80}} \in \mathbb{Q}$
 d) $\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ e) $\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50 + 2} \in \mathbb{Q}$ f) $\sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + 71} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
 g) $\sqrt{3^{48} + 3^{49}} \in \mathbb{Q}$ h) $\sqrt{2^{41} + 5^{29}} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

23. Stabiliți, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$, dacă:

a) $\sqrt{15n+8} \in \mathbb{Z}$ b) $\sqrt{2^n \cdot 5 + 2} \in \mathbb{N}$ c) $\sqrt{4n+3} \in \mathbb{Q}$ d) $\frac{2n+3}{6} \in \mathbb{Z}$
 e) $\sqrt{3n+2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ f) $\sqrt{5^n+2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ g) $\sqrt{n^3 \cdot n^7 + 4} \in \mathbb{N}$ h) $\sqrt{1+3+5+\dots+2n+1} \in \mathbb{Q}$

24. Aflați $a, b \in \mathbb{Q}$ dacă:

a) $2a\sqrt{3} - b + 5a = b\sqrt{3} - 2b + 3 - 2\sqrt{3}$ b) $3a\sqrt{3} + b(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \sqrt{2}(a+4)$

25. Să se arate că, pentru orice $n \in \mathbb{N}$:

a) $\sqrt{n+1+2 \cdot (1+2+3+\dots+n)} \in \mathbb{N}$ b) $\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
 c) $\sqrt{5n+2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ d) $\sqrt{5n+3} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ e) $\sqrt{4n+2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
 f) $\sqrt{9n+3} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ g) $\sqrt{5^n+2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ h) $\sqrt{10^n+2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

2.4. Modulul, compararea și ordonarea numerelor reale

*

1. a) Să se scrie numărul cu 15 mai mare decât opusul numărului 8.

b) Să se scrie numărul cu 38 mai mic decât inversul numărului $\frac{1}{53}$.

c) Să se scrie numărul de 8 ori mai mare decât -5 .

d) Să se scrie numărul de 3 ori mai mic decât opusul numărului 123.

2. Calculați:

a) $(|-3| + |5|) : |-2| =$ b) $|-6+5| \cdot |-7| - |-2|^2 =$
 c) $(|-3|^2 + |-4+5|)^3 =$ d) $|-10:5 + (-6)| : |-2-1 \cdot (-4)| =$
 e) $(|-6| + |-10+4|) : |-2|^2 =$ f) $||-10+3 \cdot (-2)| + (-15) : 5| =$
 g) $||-8| : (-4) + (-1)| \cdot |-5| + (-2)^2 \cdot (-5)| =$ h) $|12 : (-2)^2 + |-6| + |-2| \cdot 2| : |-11^0| =$